

## Übungsblatt MT100.4 - Algebra

### Übung 1: Gleichungen mit einer Unbekannten

- |  |  |  |
|--|--|--|
| a) $3x + 5 = 23$                         | h) $\frac{u}{5} + 2 = \frac{u}{3} - 4$ | o) $(y + 3)(y + 5) = y(y + 11)$            |
| b) $11 - 5z = 26$                        | i) $\frac{5y}{8} = \frac{2y}{5} + 3$   | p) $(x + 1)(x - 1) = (x + 3)(x - 2)$       |
| c) $16 = 7z + 30$                        | j) $3x^2 - 10x + 3 = 0$                | q) $(y + 2)(y - 8) = (y - 2)^2 - 12$       |
| d) $3(x + 7) = 4(2x - 1)$                | k) $2x(x - 3) = x(2x + 4)$             | r) $2x - (2 - 7x)^2 = (1 - 7x)(1 + 7x)$    |
| e) $8(y + 10) - 30 = 5y$                 | l) $5x^2 - 36x + 55 = 0$               | s) $(x - 5)^2 + (2x + 3)^2 = (x + 3)^2$    |
| f) $\frac{3y + 5}{2} = \frac{2y}{3}$     | m) $13x^2 - 5x = 6 - 12x^2$            | t) $(5x - 3)^2 - (3x + 1)^2 = 15(x - 2)^2$ |
| g) $\frac{4x + 30}{6} = \frac{9 - x}{4}$ | n) $x^2 - 14x + 49 = 0$                | u) $(x + 5)(x - 3) + x(x - 2) = (x - 4)^2$ |

### Übung 2: Für welche $k \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung zwei, eine oder keine Lösung?

- a)  $2x^2 - kx + 18 = 0$     b)  $kx^2 + 5x - 7 = 0$     c)  $3x^2 + 11x - k = 0$

### Übung 3: Vereinfachen Sie:

- |                                      |                                  |                                       |   |
|--------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|---|
| a) $\frac{3y + 6a}{5y + 10a} =$      | c) $\frac{x^2}{x^3 + x^2} =$     | e) $\frac{12u - 13v}{24u^2 - 26uv} =$ | g) $\frac{12z^2 + 8z}{24z^2 - 12z} =$       |
| b) $\frac{4p^2 - q^2}{pq(2p - q)} =$ | d) $\frac{-27x^2}{-3x^2 - 9x} =$ | f) $\frac{16x^2 - 25y^2}{8x - 10y} =$ | h) $\frac{14a + 7b}{12a^2 + 12ab + 3b^2} =$ |

### Übung 4: Lineare Gleichungssysteme

- |                     |                    |                  |
|---------------------|--------------------|------------------|
| a) $12x + 11y = 18$ | b) $14x - 8y = 10$ | c) $4x - 6y = 7$ |
| $16x - 7y = -2$     | $-21x + 15y = 60$  | $6x - 9y = 10$   |

- d) In einem Käfig sind Hasen und Fasane. Sie haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Hasen und Fasane sind im Käfig?
- e) Zwei Tassen Kaffee und ein Stück Kuchen kosten 8 €, drei Tassen Kaffee und vier Stück Kuchen kosten 20 €. Berechnen Sie den Preis für eine Tasse Kaffee bzw. ein Stück Kuchen.
- f) Ein Hotel verfügt über 135 Betten in 75 Ein- und Zweibettzimmern. Wie viele Einzel-, wie viele Doppelzimmer sind vorhanden?
- g) Die Differenz zweier Zahlen beträgt 19, ihre Summe 53. Wie heißen die Zahlen?
- h) Rainer und Thomas sind zusammen 34 Jahre alt. Im nächsten Jahr ist Rainer doppelt so alt wie Thomas. Wie alt sind die beiden heute?

### Übung 5: Ungleichungen

a)  $12 + 14x < 40$

d)  $\frac{2-x}{2} - 1 > 3 \cdot \frac{3-2x}{6}$

g)  $x^2 \geq 5x - 6$

b)  $1 - 3x < 10$

e)  $\frac{2y+4}{y-1} \geq 0$

h)  $x^2 - 9x + 20 < 0$

c)  $6(x-2) < 5(x+1)$

f)  $\frac{2a-5}{5-a} \leq 0$

i)  $x^2 - 2x - 8 \leq 0$

## Lösungen

### Übung 1: Gleichungen mit einer Unbekannten

- a)  $x = 6$                       b)  $z = -3$                       c)  $z = -2$                       d)  $x = 5$                       e)  $y = -\frac{50}{3}$   
f)  $y = -3$                       g)  $x = -3$                       h)  $u = 45$                       i)  $y = \frac{40}{3}$                       j)  $x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{3}$   
k)  $x = 0$                       l)  $x_1 = 5, x_2 = \frac{11}{5}$                       m)  $x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = -\frac{2}{5}$                       n)  $x_1 = x_2 = 7$                       o)  $y = 5$   
p)  $x = 5$                       q)  $y = -4$                       r)  $x = \frac{1}{6}$                       s) keine Lösung                      t)  $x_1 = 2, x_2 = -26$   
u)  $x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{47}$

### Übung 2: Für welche $k \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung zwei, eine oder keine Lösung?

- a)  $k > 12$ : 2 Lsg,     $k = 12$ : 1 Lsg,     $k < 12$ : keine Lsg  
b)  $k > -\frac{25}{28}$ : 2 Lsg,     $k = -\frac{25}{28}$ : 1 Lsg,     $k < -\frac{25}{28}$ : keine Lsg  
c)  $k > -\frac{121}{12}$ : 2 Lsg,     $k = -\frac{121}{12}$ : 1 Lsg,     $k < -\frac{121}{12}$ : keine Lsg

### Übung 3: Vereinfachen Sie

- a)  $\frac{3}{5}$                       c)  $\frac{1}{x+1}$                       e)  $\frac{1}{2u}$                       g)  $\frac{3z+2}{6z-3}$   
b)  $\frac{2p+q}{pq}$                       d)  $\frac{9x}{x+3}$                       f)  $\frac{4x+5y}{2}$                       h)  $\frac{7}{3 \cdot (2a+b)}$

### Übung 4: Lineare Gleichungssysteme

- a)  $x = 0,4$      $y = 1,2$                       b)  $x = 15$      $y = 25$                       c) keine Lösung  
d) Es befinden sich 12 Hasen und 23 Fasane in dem Käfig.  
e) Kaffee 2,4 €, Kuchen 3,2 €  
f) 15 Einbettzimmer, 60 Zweibettzimmer  
g) 36 und 17  
h) Rainer ist 23 Jahre alt, Thomas ist 11 Jahre alt

## Übung 5: Ungleichungen

a)  $x < 2$    b)  $x > -3$    c)  $x < 17$    d)  $x > 3$

e) 1. Fall  $(y - 1) > 0 \Rightarrow y \geq -2 \Rightarrow y > 1$   
2. Fall  $(y - 1) < 0 \Rightarrow y \leq -2 \Rightarrow y \leq -2$

f) 1. Fall  $(a - 5) > 0 \Rightarrow a \leq \frac{5}{2} \Rightarrow a \leq \frac{5}{2}$   
2. Fall  $(a - 5) < 0 \Rightarrow a \geq \frac{5}{2} \Rightarrow a > 5$

g)  $(x - 3)(x - 2) \geq 0$   
1. Fall  $(x - 3) \geq 0$  und  $(x - 2) \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$   
2. Fall  $(x - 3) \leq 0$  und  $(x - 2) \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$

h)  $(x - 5)(x - 4) < 0$   
1. Fall  $(x - 5) > 0$  und  $(x - 4) < 0 \Rightarrow$  keine Lösung  
2. Fall  $(x - 5) < 0$  und  $(x - 4) > 0 \Rightarrow 4 < x < 5$

i)  $(x - 4)(x + 2) \leq 0$   
1. Fall  $(x - 4) > 0$  und  $(x + 2) < 0 \Rightarrow$  keine Lösung  
2. Fall  $(x - 4) < 0$  und  $(x + 2) > 0 \Rightarrow -2 < x < 4$