FERDINAND PORSCHE
FERN FH

Bachelorstudiengänge

Prüfungsbogen

Qualifikationsprüfung Mathematik

zum Nachweis von Mathematikkenntnissen
auf dem Niveau Mathematik 1

MUSTERLÖSUNG

1)

a) Untersuchen Sie, für welche Werte des Parameters c die quadratische Gleichung eine, zwei oder keine Lösung hat.

$3x^2 - 6x + c = 0$ $\quad a=3 \quad b=-6 \quad c=c$

$$_1x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2-4\cdot 3\cdot c}}{2\cdot 3} \qquad D = 36-12c$$

1 Lösung, wenn $D=0 \Rightarrow 36-12c=0$

$36 = 12c \Rightarrow \underline{c=3}$

2 Lösungen, wenn $D>0 \Rightarrow 36-12c>0$

$36 > 12c \Rightarrow \underline{c<3}$

keine Lösung, wenn $D<0 \Rightarrow \underline{c>3}$

b) Lösen Sie die quadratische Gleichung für $x \in \mathbb{R}$

$(x+1)^2 = 52 - (x-1)^2$

$x^2+2x+1 = 52-(x^2-2x+1)$

$x^2+2x+1 = 52-x^2+2x-1 \quad /+x^2-2x$

$2x^2+1 = 51 \quad /-1$

$2x^2 = 50 \quad /:2$

$x^2 = 25 \quad /\sqrt{}$

$\underline{\underline{x = \pm 5}}$

2)

Notieren Sie das heutige Datum in der Form TT / MM / JJJJ.
Berechnen Sie: TT + MM + JJJJ. Das Ergebnis definieren wir als **Zahl A**.

Pythagoras von Samos, ein griechischer Mathematiker, ist um 570 v.Chr. geboren. Fassen Sie sein Geburtsjahr als **Zahl B** auf.

Geben Sie den größten gemeinsamen Teiler von A und B an.

A: $04 + 09 + 2017 = 2030$

A:

2030	2
1015	5
203	7
29	29
1	

B:

570	2
285	3
95	5
19	19
1	

$2030 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 29$

$570 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19$

$ggT(570, 2030) = 2 \cdot 5 = \underline{\underline{10}}$

3)
Bestimmen Sie die lineare Funktion, deren Graph durch die Punkte
A (-1 / -3) und B (2 / 3) geht.
Geben Sie die Geradengleichung sowohl in der Hauptform als auch in der impliziten Form an.

$\boxed{y = kx + d}$

1. Möglichkeit

$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3+3}{2+1} = 2$

A: $-3 = 2 \cdot (-1) + d \Rightarrow d = -1$

Hauptform: $y = 2x - 1$

implizite Form: $2x - y = 1$

2. Möglichkeit

A: $-3 = k \cdot (-1) + d$

B: $3 = k \cdot 2 + d$ $\quad] \ominus$

$-6 = -3k \Rightarrow k = 2$

B: $3 = 2 \cdot 2 + d \Rightarrow d = -1$

4)

a) Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie: $AC^T + B =$

Was fällt Ihnen bei den Matrizen A, B und C auf? sie sind symmetrisch

$A = A^T \quad B = B^T \quad C = C^T$

$$A \cdot C^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 7 & 6 & 5 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot C^T + B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 7 & 6 & 5 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 6 & 7 & 4 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}}}$$

b) Lösen Sie das Gleichungssystem unter Zuhilfenahme der Matrizenrechnung.

$$\begin{array}{rcrcrcr} -4x & + & y & + & 2z & = & 1 \\ x & - & 3y & - & z & = & -1 \\ x & + & 3y & & & = & 1 \end{array}$$

Hinweis: $$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -6 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \\ -6 & -13 & -11 \end{pmatrix}$$

Name:________________________________

4b)

$$Ax = b$$

$$x = A^{-1} b$$

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} -3 & -6 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \\ -6 & -13 & -11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}}}$$

5)

a) Berechnen Sie die erste Ableitung f'(x) der Funktion f(x).

$$f(x) = (3 - 2x^2)(1 + x)^2$$

1. Möglichkeit: Ausmultiplizieren und Ableiten

$$f(x) = (3-2x^2)(1+2x+x^2) = 3+6x+x^2-4x^3-2x^4$$

$$\underline{\underline{f'(x) = 6+2x-12x^2-8x^3}}$$

2. Möglichkeit: Produktregel $\boxed{(f\cdot g)' = f'g + fg'}$

$$f'(x) = -4x \cdot (1+x)^2 + (3-2x^2)\cdot 2\cdot(1+x)$$

$$= -4x\cdot(1+2x+x^2) + (3-2x^2)\cdot(2+2x)$$

$$= -4x - 8x^2 - 4x^3 + 6 + 6x - 4x^2 - 4x^3 = \underline{\underline{-8x^3 - 12x^2 + 2x + 6}}$$

b) Berechnen Sie die zweite Ableitung g''(x) der Funktion g(x)

$$g(x) = \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}$$

$$g(x) = 3\cdot x^{-1} - 5\cdot x^{-2}$$

$$g'(x) = -3\cdot x^{-2} - (-2)\cdot 5\cdot x^{-3} = -\frac{3}{x^2} + \frac{10}{x^3}$$

$$g''(x) = (-2)\cdot(-3x^{-3}) + (-3)\cdot 10\cdot x^{-4}$$

$$\underline{\underline{= \frac{6}{x^3} - \frac{30}{x^4}}}$$

weitere Möglichkeit: $g(x) = \dfrac{3x-5}{x^2}$

Quotientenregel: $g'(x) = \dfrac{3\cdot x^2 - (3x-5)\cdot 2x}{x^4} = \dfrac{-3x^2+10x}{x^4}$

$$g''(x) = \frac{(-6x+10)\cdot x^4 - (-3x^2+10x)\cdot 4x^3}{x^8}$$

Name:____