

Bachelorstudiengänge FFH

# Prüfungsbogen

## Qualifizierungsprüfung Mathematik

zum Nachweis von Mathematikkenntnissen  
auf dem Niveau Mathematik 1

**XX.XX.XXXX / XX / XX:XX-XX:XX**

Name: \_\_\_\_\_

Beurteilt von:	Datum:	Ergebnis: <input type="checkbox"/> bestanden <input type="checkbox"/> nicht bestanden
----------------	--------	---

Bitte beachten Sie!

1. Während der Prüfung sind Laptops, (Taschen-)Rechner, Mobiltelefone, iPhones und ähnliche technische Geräte **abzuschalten** und ausschließlich in **geschlossenen** Akten- oder Handtaschen etc. aufzubewahren!
2. Erlaubtes Hilfsmittel: das (ausgedruckte) Skriptum zu dieser Lehrveranstaltung, auch wenn sich darauf gegebenenfalls handschriftliche Notizen befinden. Es ist **ausschließlich** die Verwendung dieser Unterlagen gestattet, nicht aber anderer Bücher oder eigener Aufzeichnungen, Übungsunterlagen oder selbst durchgerechnete Beispielsammlungen, Übungshefte, selbst verfasste Formelsammlungen, Musterklausuren etc.
3. Wenn Sie den Prüfungsraum verlassen, teilen Sie dies der Prüfungsaufsicht unter Angabe von Begründung und voraussichtlicher Dauer mit.  
**Ein unerlaubtes Verlassen hat die sofortige Abgabe der Prüfung zur Folge!**
4. Übergeben Sie am Ende die von Ihnen fertig erstellte Arbeit der Prüfungsaufsicht und unterschreiben Sie in der Prüfungsliste!
5. Schreiben Sie auf allen Seiten Ihren Namen!

Viel Erfolg!

1)

Notieren Sie hier die aktuelle Uhrzeit:

(Hinweis: Wenn es z.B. 15:31 Uhr ist, dann notieren Sie die Ziffern 1531)

Fassen Sie diese Ziffernfolge als Zahl auf und führen Sie eine Primfaktorenzerlegung davon durch.

Nehmen wir an, es ist 15:18. Die Primfaktorenzerlegung von 1518 lautet:

$$\begin{array}{r|l}
 1518 & 2 \\
 759 & 3 \\
 253 & 11 \\
 23 & 23 \\
 1 & 
 \end{array}$$

und somit:  $1518 = \underline{2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 23}$

2)

Geben Sie die Lösungsmenge der folgenden quadratischen Gleichung an:

$$2x^2 + 6x - 20 = 0$$

Zuerst machen wir es uns ein wenig leichter und dividieren auf beiden Seiten der Gleichung durch 2:

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

Jetzt können wir die bekannte Formel anwenden:

$$x_1 = -3/2 + \text{Wurzel}(9/4 + 10) \quad x_2 = -3/2 - \text{Wurzel}(9/4 + 10)$$

Berechnen wir zunächst den Ausdruck unter der Wurzel:

$$9/4 + 10 = (9+40)/4 = 49/4$$

daraus die Wurzel ist  $7/2$

D.h. die Lösung ist

$$x_1 = -3/2 + 7/2 = 4/2 = \underline{\underline{2}}$$

$$x_2 = -3/2 - 7/2 = -10/2 = \underline{\underline{-5}}$$

Name: \_\_\_\_\_

3)

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich:

$$\frac{2x^2 + 6x - 20}{x^2 - 4x + 4} =$$

Den Zähler haben wir gerade im vorigen Beispiel behandelt. Daher können wir jetzt gleich umschreiben:

$$2x^2 + 6x - 20 = 2 \cdot (x + 5) \cdot (x - 2)$$

Für den Nenner gilt:

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

Daher gilt:

$$\frac{2x^2 + 6x - 20}{x^2 - 4x + 4} = \frac{2(x + 5)(x - 2)}{(x - 2)(x - 2)} = \frac{2x + 10}{x - 2}$$

4)

Geben Sie die erste, zweite und dritte Ableitung der folgenden Funktion an:

$$f(x) = \frac{1}{4 - x}$$

$$f' = (-1) \cdot (4 - x)^{-2} \cdot (-1) = \frac{1}{(4 - x)^2}$$

$$f'' = (-2)(4 - x)^{-3} \cdot (-1) = \frac{2}{(4 - x)^3}$$

$$f''' = 2 \cdot (-3) \cdot (4 - x)^{-4} \cdot (-1) = \frac{6}{(4 - x)^4}$$

5)

Welchen Wert müssen die Zahlen  $a, b$  und  $c$  haben, damit die Matrizen **A** und **B** invers zueinander sind?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 3 & a & 2 \\ 4 & b & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 8 & -8 & -6 \\ c & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Damit die Matrizen invers zueinander sind, muss ihr Produkt die Einheitsmatrix ergeben. Multiplizieren wir einmal:

$$\begin{array}{ccc|ccc} & & & -1 & 1 & 1 \\ & & & 8 & -8 & -6 \\ & & & c & 5 & 3 \\ \hline 6 & 2 & 2 & 10+2c & 0 & 0 \\ 3 & a & 2 & -3+8a+2c & 13-8a & 9-6a \\ 4 & b & 0 & -4+8b & 4-8b & 4-6b \end{array}$$

Für die Einheitsmatrix müssen in der Hauptdiagonalen lauter 1er stehen, also gilt:

$$10 + 2c = 1 \rightarrow 2c = -9 \rightarrow \underline{c = -9/2}$$

$$13 - 8a = 1 \rightarrow 8a = 12 \rightarrow \underline{a = 3/2}$$

$$4 - 6b = 1 \rightarrow 6b = 3 \rightarrow \underline{b = 1/2}$$

Zur Überprüfung setzen wir noch in die übrigen Matrixelemente ein und schauen, ob wirklich die Einheitsmatrix herauskommt:

$$\begin{array}{ccc|ccc} & & & -1 & 1 & 1 \\ & & & 8 & -8 & -6 \\ & & & -4,5 & 5 & 3 \\ \hline 6 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1,5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$