Probeprüfung Mathematik Qualifikationskurs MAT001

Bei allen Aufgaben sind die Lösungen nachvollziehbar und mit allen Rechenschritten anzugeben. Die Aufgaben dürfen nicht ausschließlich mit KI-Tools gelöst werden, eine Kontrolle der Lösungen mit Hilfe von Technologieeinsatz ist erlaubt.

1. *Grundlagen und Teilbarkeitslehre (6 Punkte)*

a. Ein Flachbildfernseher kostet 499 €. Bei Barzahlung erhält man 2% Skonto. Wie viel muss dann für das Gerät bezahlt werden?

b. Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 1024 und 72.

2. *Lösen von Gleichungen (6 Punkte)*

a. Untersuchen Sie, für welche Werte des Parameters $b \in R$ die quadratische Gleichung **keine** Lösung hat.

$$9 \cdot x^2 - b \cdot x + 64 = 0$$

b. Lösen Sie folgende Gleichung für $x \in R$ und geben Sie die Lösungsmenge an.

$$(3x-2)^2 - (2+5x)^2 + 8x = -8x \cdot (1+2x) - 15x - 1$$

3. Funktionen (6 Punkte)

a. Bestimmen Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktion $h(x)$ über der Grundmenge $\mathbb{R}$.

$$h(x)=\sqrt{(3x-2)}$$

b. Bestimmen Sie die Gleichung der linearen Funktion $f(x)$, die durch die Punkte $A=(-1/5)$ und $B=(3/4)$ verläuft **und** stellen Sie die Funktion graphisch dar.

4. Differenzialrechnung (6 Punkte)

a. Berechnen Sie die erste Ableitung $f'(x)$ der gegebenen Funktion $f(x)$ und vereinfachen Sie den Ausdruck so weit wie möglich

$$f(x)=\frac{3x^3+7x}{x-5}$$

b. Berechnen Sie die Steigung der Funktion $g(x)$ an der Stelle $x_0=8$.

$$g(x)=\sqrt[3]{x^2}$$

5. Gleichungssysteme und Matrizen (6 Punkte)

a. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit Hilfe der Eliminationsmethode und geben Sie die Lösungsmenge in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ an.

$$I: 17x - 5y = 7$$
$$II: 5x - 6y = -7$$

b. Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie: $(A+B) \cdot C^T$

BONUS: Verlängert man die Seiten eines Quadrats um 2 cm, so vergrößert sich der Flächeninhalt um 32 cm^2 . Wie groß war der ursprüngliche Flächeninhalt? *(2 Punkte)*