

## Übungsblatt MT100.8 - Einführung in die Matrizenalgebra

### Übung 1: Berechnen Sie

- a)  $A + B$     b)  $B - A$     c)  $A^T$     d)  $A \cdot B^T$     e)  $B^2$     f)  $A \cdot \mathbb{1}$     g)  $ABC$     h)  $CBA$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

### Übung 2: Untersuchen Sie, ob die Matrizen A und B bzw. die Matrizen C und D zueinander invers sind

a)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -5 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -3 \\ 5 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

b)  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 7 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -1/3 & 4/3 & -2 \\ 2/3 & -8/3 & 9/2 \\ 1/3 & -1/3 & 1/2 \end{pmatrix}$

### Übung 3: Überlegen Sie (keine Rechnung erforderlich), ob folgende Matrizenprodukte existieren und wie viele Zeilen und Spalten die Produktmatrix gegebenenfalls hat

- a)  $AB$     b)  $BA$     c)  $CA$     d)  $BCA$     e)  $DB$     f)  $AE$     g)  $CE$     h)  $DE$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -2 & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -4 \\ -1 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$
$$D = (1 \ 2 \ 3) \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Übung 4: Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme unter Verwendung der Matrizenrechnung**

$$\begin{array}{r} 2x - 5y + 3z = 3 \\ \text{a) } -x + 2y - 2z = 4 \\ 3x \quad \quad - z = -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + 2y - z = 2 \\ \text{b) } \quad \quad y - z = -2 \\ 2x + 2y + z = 13 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -2/13 & -5/13 & 4/13 \\ -7/13 & -11/13 & 1/13 \\ -6/13 & -15/13 & -1/13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Übung 5: Welche Werte müssen  $a, b, c \in \mathbb{R}$  annehmen, damit die Matrizen A und B, bzw. C und D zueinander invers sind?**

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & b & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -8 & -12 & 3 \\ 6 & c & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } C = \begin{pmatrix} -3 & -2 & a \\ 5 & 3 & b \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} c & 1 & 1 \\ -5 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

## Lösungen

### Übung 1: Berechnen Sie

$$\text{a) } A + B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } B - A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A^T = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } A \cdot B^T = \begin{pmatrix} -1 & -7 \\ -6 & 18 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } B^2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } A \cdot \mathbb{1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } ABC = \begin{pmatrix} -16 & 4 \\ -76 & -56 \end{pmatrix}$$

$$\text{h) } CBA = \begin{pmatrix} 10 & -30 \\ 54 & -42 \end{pmatrix}$$

### Übung 2: Untersuchen Sie, ob die Matrizen A und B bzw. die Matrizen C und D zueinander invers sind

$$\text{a) } A \cdot B \neq \mathbb{1} \Rightarrow B \neq A^{-1}$$

$$\text{b) } C \cdot D = \mathbb{1} \Rightarrow D = C^{-1}$$

### Übung 3: Überlegen Sie (keine Rechnung erforderlich), ob folgende Matrizenprodukte existieren und wie viele Zeilen und Spalten die Produktmatrix gegebenenfalls hat

$$\text{a) } A \cdot B = (2 \times 3) \cdot (3 \times 3) = (2 \times 3)$$

$$\text{e) } D \cdot B = (1 \times 3) \cdot (3 \times 3) = (1 \times 3)$$

$$\text{b) } B \cdot A = (3 \times 3) \cdot (2 \times 3) \Rightarrow \nexists$$

$$\text{f) } A \cdot E = (2 \times 3) \cdot (3 \times 1) = (2 \times 1)$$

$$\text{c) } C \cdot A = (4 \times 2) \cdot (2 \times 3) = (4 \times 3)$$

$$\text{g) } C \cdot E = (4 \times 2) \cdot (3 \times 1) \Rightarrow \nexists$$

$$\text{d) } B \cdot C = (3 \times 3) \cdot (4 \times 2) \Rightarrow \nexists$$

$$\text{h) } D \cdot E = (1 \times 3) \cdot (3 \times 1) = (1 \times 1)$$

### Übung 4: Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme unter Verwendung der Matrizenrechnung

$$\text{a) } x = \begin{pmatrix} -54/13 \\ -72/13 \\ -71/13 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Übung 5: Welche Werte müssen  $a, b, c \in \mathbb{R}$  annehmen, damit die Matrizen A und B, bzw. C und D zueinander invers sind?**

a)  $a = 3, b = 3, c = 9$

b)  $a = -3, b = 5, c = 2$