

Übungsblatt MT100.5 - Funktionen in einer Variablen

Übung 1: Bestimmen Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen, wobei als Grundmenge die reellen Zahlen gelten:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = 2x & \text{d) } f(m) = \frac{3}{(m+1)(m-3)} & \text{g) } f(y) = \frac{y^3 - 2}{\sqrt{2y+7}} \\ \text{b) } f(d) = \frac{3}{d} & \text{e) } f(s) = \sqrt{s-9} & \text{h) } f(a) = \frac{3a}{a^2 - 4} \\ \text{c) } f(v) = \sqrt{25 - v^2} & \text{f) } f(r) = 3r^2 - 5 & \text{i) } f(t) = \frac{t^3 - 7}{3t(t-2)} \end{array}$$

Übung 2: Ermitteln Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen und bestimmen Sie die zugehörige Umkehrfunktion sowie deren Definitions- und Wertebereich:

$$\text{a) } y = 2x + 1 \quad \text{b) } y = x^2 \quad \text{c) } y = \frac{2}{x-1} \quad \text{d) } y = \frac{1-2x}{3x+5}$$

Lösungen

Übung 1: Bestimmen Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen, wobei als Grundmenge die reellen Zahlen gelten:

- a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ b) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ c) $\mathbb{D} = \{v \in \mathbb{R} \mid -5 \leq v \leq 5\}$ d) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$
e) $\mathbb{D} = \{s \in \mathbb{R} \mid s \geq 9\}$ f) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ g) $\mathbb{D} = \{y \in \mathbb{R} \mid y > -\frac{7}{2}\}$ h) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$
i) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$

Übung 2: Ermitteln Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen und bestimmen Sie die zugehörige Umkehrfunktion sowie deren Definitions- und Wertebereich:

a) $y = 2x + 1$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; Umkehrfunktion: $x = \frac{y-1}{2}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = \mathbb{R}$

b) $y = x^2$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; Umkehrfunktion: $x = \sqrt{y}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+, \mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$

c) $y = \frac{2}{x-1}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
Umkehrfunktion: $x = \frac{2+y}{y}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \mathbb{W} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

d) $y = \frac{1-2x}{3x+5}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{5}{3}\}$;
Umkehrfunktion: $x = \frac{5y-1}{-2-3y}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{3}\}, \mathbb{W} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{5}{3}\}$