38

Um welche Art von Funktion (surjektiv/injektiv/bijektiv) handelt es sich bei der in Abb.5.1(2) dargestellten Zuordnung zwischen A und B?

Jedes Element aus A hat genau einen Partner in B und jedes Element aus B hat mindestens einen Partner in A. Es handelt sich daher um eine $\underline{\underline{\text{surjektive}}}$ Funktion.

39

Geben Sie für die folgenden Funktionen den jeweiligen Definitionsbereich an:

(a)

$$f(x) : y = \frac{x-2}{(x-3)\,(x+4)}$$

Der Nenner darf nicht Null werden, daher ist der Definitionsbereich: $\boxed{x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 3\}}$

(b)

$$f(x) : y = \frac{1}{16 - x^2}$$

Der Nenner darf nicht Null werden, daher ist Definitionsbereich: $\boxed{x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}}$

(c)

$$f(x) : y = \sqrt{25 - x^2}$$

Die Zahl unter der Quadratwurzel muss ≥ 0 sein, daher: $\boxed{D = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x \leq 5\}}$

(d)

$$f(x) : y = \sqrt[3]{x}$$

Bei der kubischen Wurzel kann x auch negativ sein[1], daher: $\boxed{D = \mathbb{R}}$

40

Geben Sie Definitions- und Wertebereich der folgenden Funktion an:

$$y = \frac{x}{(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)}$$

[1]Streng mathematisch betrachtet gilt das nicht uneingeschränkt. Aber für die praktische Rechnung passt es. Z.B. ist $\sqrt[3]{-64} = -4$ (weil $(-4)^3 = -64$).

Der Nenner darf nicht Null werden, daher:

$$\boxed{D = \{x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 1, 2\}\}}$$

Für den Wertebereich gibt es hingegen keine Einschränkung: $\boxed{W = \mathbb{R}}$.

41
Gegeben ist die Funktion $f(x) : y = x^2 - 5x + 4$
Gesucht ist $f(-x)$

$$f(-x) = (-x)^2 - 5(-x) + 4 = \boxed{x^2 + 5x + 4} = (x+1)\,(x+4)$$

42
Geben Sie für die folgenden Funktionen die Umkehrfunktionen und deren Definitions- und Wertemengen an:

(a) $f(x) = 3x^2 + 9 \quad$ für $x \geq 9$

$$y = 3x^2 + 9$$
$$3x^2 = y - 9$$
$$x^2 = \frac{y-9}{3}$$
$$x = \sqrt{\frac{y-9}{3}}$$

Die zu $f(x)$ inverse Funktion lautet also: $\boxed{g(y) = \sqrt{\frac{y-9}{3}}}$

Definitionsmenge: $D' = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 9\}$
Wertemenge: $W' = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$

(b) $f(x) = \frac{2x-4}{x-1} \quad$ für $x \neq 1$

$$y = \frac{2x-4}{x-1}$$
$$yx - y = 2x - 4$$
$$x(y-2) = y - 4$$
$$x = \frac{y-4}{y-2}$$

Die zu $f(x)$ inverse Funktion lautet: $\boxed{g(y) = \frac{y-4}{y-2}}$

$D' = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
$W' = \mathbb{R} \setminus \{1\}$