

Übungsblatt MT100.4 - Algebra

Übung 1: Gleichungen mit einer Unbekannten

a) $3x + 5 = 23$

h) $\frac{u}{5} + 2 = \frac{u}{3} - 4$

o) $(y + 3)(y + 5) = y(y + 11)$

b) $11 - 5z = 26$

i) $\frac{5y}{8} = \frac{2y}{5} + 3$

p) $(x + 1)(x - 1) = (x + 3)(x - 2)$

c) $16 = 7z + 30$

j) $3x^2 - 10x + 3 = 0$

q) $(y + 2)(y - 8) = (y - 2)^2 - 12$

d) $3(x + 7) = 4(2x - 1)$

k) $2x(x - 3) = x(2x + 4)$

r) $2x - (2 - 7x)^2 = (1 - 7x)(1 + 7x)$

e) $8(y + 10) - 30 = 5y$

l) $5x^2 - 36x + 55 = 0$

s) $(x - 5)^2 + (2x + 3)^2 = (x + 3)^2$

f) $\frac{3y + 5}{2} = \frac{2y}{3}$

m) $13x^2 - 5x = 6 - 12x^2$

t) $(5x - 3)^2 - (3x + 1)^2 = 15(x - 2)^2$

g) $\frac{4x + 30}{6} = \frac{9 - x}{4}$

n) $x^2 - 14x + 49 = 0$

u) $(x + 5)(x - 3) + x(x - 2) = (x - 4)^2$

Übung 2: Für welche $k \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung zwei, eine oder keine Lösung?

a) $2x^2 - kx + 18 = 0$

b) $kx^2 + 5x - 7 = 0$

c) $3x^2 + 11x - k = 0$

Übung 3: Vereinfachen Sie:

a) $\frac{3y + 6a}{5y + 10a} =$

c) $\frac{x^2}{x^3 + x^2} =$

e) $\frac{12u - 13v}{24u^2 - 26uv} =$

g) $\frac{12z^2 + 8z}{24z^2 - 12z} =$

b) $\frac{4p^2 - q^2}{pq(2p - q)} =$

d) $\frac{-27x^2}{-3x^2 - 9x} =$

f) $\frac{16x^2 - 25y^2}{8x - 10y} =$

h) $\frac{14a + 7b}{12a^2 + 12ab + 3b^2} =$

Übung 4: Lineare Gleichungssysteme

a) $\begin{array}{rcl} 12x + 11y & = & 18 \\ 16x - 7y & = & -2 \end{array}$

b) $\begin{array}{rcl} 14x - 8y & = & 10 \\ -21x + 15y & = & 60 \end{array}$

c) $\begin{array}{rcl} 4x - 6y & = & 7 \\ 6x - 9y & = & 10 \end{array}$

- d) In einem Käfig sind Hasen und Fasane. Sie haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Hasen und Fasane sind im Käfig?
- e) Zwei Tassen Kaffee und ein Stück Kuchen kosten 8 €, drei Tassen Kaffee und vier Stück Kuchen kosten 20 €. Berechnen Sie den Preis für eine Tasse Kaffee bzw. ein Stück Kuchen.
- f) Ein Hotel verfügt über 135 Betten in 75 Ein- und Zweibettzimmern. Wie viele Einzel-, wie viele Doppelzimmer sind vorhanden?
- g) Die Differenz zweier Zahlen beträgt 19, ihre Summe 53. Wie heißen die Zahlen?
- h) Rainer und Thomas sind zusammen 34 Jahre alt. Im nächsten Jahr ist Rainer doppelt so alt wie Thomas. Wie alt sind die beiden heute?

Übung 5: Ungleichungen

- | | | |
|----------------------|---|--------------------------|
| a) $12 + 14x < 40$ | d) $\frac{2-x}{2} - 1 > 3 \cdot \frac{3-2x}{6}$ | g) $x^2 \geq 5x - 6$ |
| b) $1 - 3x < 10$ | e) $\frac{2y+4}{y-1} \geq 0$ | h) $x^2 - 9x + 20 < 0$ |
| c) $6(x-2) < 5(x+1)$ | f) $\frac{2a-5}{5-a} \leq 0$ | i) $x^2 - 2x - 8 \leq 0$ |

Lösungen

Übung 1: Gleichungen mit einer Unbekannten

- a) $x = 6$ b) $z = -3$ c) $z = -2$ d) $x = 5$ e) $y = -\frac{50}{3}$
f) $y = -3$ g) $x = -3$ h) $u = 45$ i) $y = \frac{40}{3}$ j) $x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{3}$
k) $x = 0$ l) $x_1 = 5, x_2 = \frac{11}{5}$ m) $x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = -\frac{2}{5}$ n) $x_1 = x_2 = 7$ o) $y = 5$
p) $x = 5$ q) $y = -4$ r) $x = \frac{1}{6}$ s) keine Lösung t) $x_1 = 2, x_2 = -26$
u) $x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{47}$

Übung 2: Für welche $k \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung zwei, eine oder keine Lösung?

- a) $k > 12$: 2 Lsg, $k = 12$: 1 Lsg, $k < 12$: keine Lsg
b) $k > -\frac{25}{28}$: 2 Lsg, $k = -\frac{25}{28}$: 1 Lsg, $k < -\frac{25}{28}$: keine Lsg
c) $k > -\frac{121}{12}$: 2 Lsg, $k = -\frac{121}{12}$: 1 Lsg, $k < -\frac{121}{12}$: keine Lsg

Übung 3: Vereinfachen Sie

- a) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{x+1}$ e) $\frac{1}{2u}$ g) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{2p+q}{pq}$ d) $\frac{9x}{x+3}$ f) $\frac{4x+5y}{2} \cdot 2$ h) $\frac{7}{3 \cdot (2a+b)}$

Übung 4: Lineare Gleichungssysteme

- a) $x = 0,4$ $y = 1,2$ b) $x = 15$ $y = 25$ c) keine Lösung
d) Es befinden sich 12 Hasen und 23 Fasane in dem Käfig.
e) Kaffee 2,4 €, Kuchen 3,2 €
f) 15 Einbettzimmer, 60 Zweibettzimmer
g) 36 und 17
h) Rainer ist 23 Jahre alt, Thomas ist 11 Jahre alt

Übung 5: Ungleichungen

a) $x < 2$ b) $x > -3$ c) $x < 17$ d) $x > 3$

e) 1. Fall $(y - 1) > 0 \Rightarrow y \geq -2 \Rightarrow y > 1$
2. Fall $(y - 1) < 0 \Rightarrow y \leq -2 \Rightarrow y \leq -2$

f) 1. Fall $(a - 5) > 0 \Rightarrow a \leq \frac{5}{2} \Rightarrow a \leq \frac{5}{2}$
2. Fall $(a - 5) < 0 \Rightarrow a \geq \frac{5}{2} \Rightarrow a > 5$

g) $(x - 3)(x - 2) \geq 0$
1. Fall $(x - 3) \geq 0$ und $(x - 2) \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$
2. Fall $(x - 3) \leq 0$ und $(x - 2) \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$

h) $(x - 5)(x - 4) < 0$
1. Fall $(x - 5) > 0$ und $(x - 4) < 0 \Rightarrow$ keine Lösung
2. Fall $(x - 5) < 0$ und $(x - 4) > 0 \Rightarrow 4 < x < 5$

i) $(x - 4)(x + 2) \leq 0$
1. Fall $(x - 4) > 0$ und $(x + 2) < 0 \Rightarrow$ keine Lösung
2. Fall $(x - 4) < 0$ und $(x + 2) > 0 \Rightarrow -2 < x < 4$